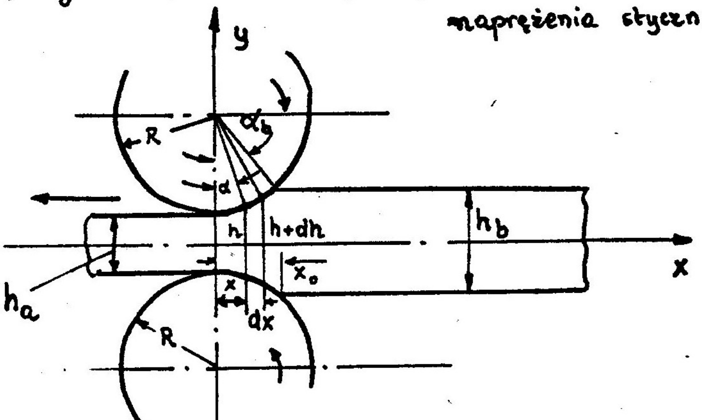
INSTYTUT MECHANIKI
I PODSTAW KONSTRUKCJI MASZYN
WYDZIAŁU MECHANICZNEGO

Wytrzymałość materiałów III

Walcowanie blach

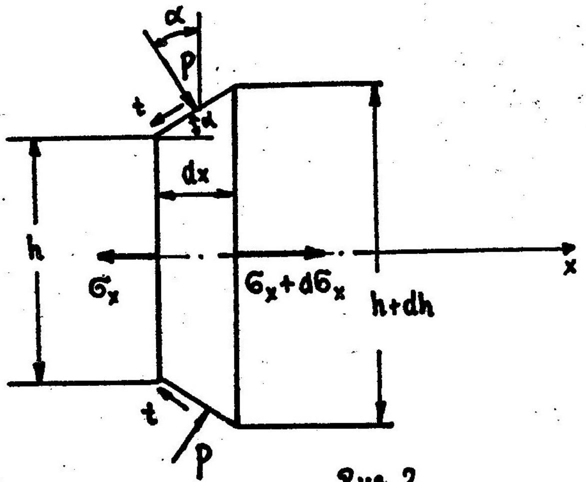
Teoria Karmana – założenia:

1) blacha jest na tyle szeroka, iż można założyć istnienie płaskiego stanu odkształcenia
2) materiał blachy jest nieściśliwy i idealnie plastyczny
3) kąt chwytu α_b jest mały (rys. 1)
4) naprężenia zależą tylko od zmiennej x, a nie zależą od zmiennej y, w przyjętym układzie współrzędnych (rys. 1)
5) Siły tarcia uwzględniamy w warunku równowagi, a pomijamy w warunku plastyczności, wywołane nimi naprężenia styczne.



Rys. 1

Rozpatrzymy równowagę elementu przedstawionego na rys 2.



Rys. 2

p - nacisk walców na element blachy

t - siła tarcia zmienia znak wraz z x.

W „strefie wejścia" działa tak jak na rys 2,

w „strefie wyjścia" ma zwrot przeciwny.

Szerokość blachy s = 1

$$\sum P_{ix} = 0 \rightarrow -\sigma_x h + (\sigma_x + d\sigma_x)(h + dh) + 2p\frac{dx}{\cos\alpha}\sin\alpha \mp$$

$$\mp 2t\frac{dx}{\cos\alpha}\cos\alpha = 0 \qquad (1)$$

Po wymnożeniu i pominięciu wielkości małej drugiego rzędu, otrzymujemy:

$$\boxed{h\,d\sigma_x + \sigma_x\,dh + 2p\,tg\alpha\,dx \mp 2t\,dx = 0} \qquad (2)$$

War. plast. HMH

$$|\sigma_x - \sigma_y| = \frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_0 \qquad (3)$$

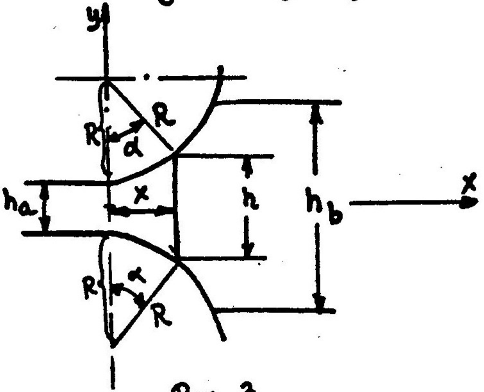
$$\sigma_y \cong -p \qquad (4)$$

$\sigma_x > \sigma_y$ zatem: (5)

$$\sigma_x + p = \frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_0 \qquad (6)$$

$$\sigma_x = \frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_0 - p \rightarrow d\sigma_x = -dp \qquad (7)$$

z geometrycznych zależności znajdziemy $h = h(x)$ z rys. 3.



Rys. 3

$$2R + h_a = 2R\cos\alpha + h \qquad (8)$$

$$h = h_a + 2R(1-\cos\alpha) \qquad (9)$$

$$\sin\alpha = \frac{x}{R} \cong \operatorname{tg}\alpha \cong \alpha \qquad (10)$$

$$1-\cos\alpha \cong \frac{\alpha^2}{2} \cong \frac{x^2}{2R^2} \qquad (11)$$

$$h = h_a + 2R\frac{x^2}{2R^2} = h_a + \frac{x^2}{R} \qquad (12)$$

$$dh = \frac{2x}{R}dx \qquad (13)$$

Wstawiając (7), (10), (12), (13) do równ. (2) otrzymujemy zasadnicze równanie procesu walcowania, określające rozkład nacisków $p = p(x)$:

$$\boxed{\left(h_a + \frac{x^2}{R}\right)\frac{dp}{dx} - \frac{4}{\sqrt{3}}\frac{\sigma_0 x}{R} \pm 2t = 0} \qquad (14)$$

znak (+) odnosi się do strefy wejścia : $X^* \leq x \leq X_0$,
gdzie $X_0 = R \sin \alpha_b$ (rys. 1)
znak (-) odnosi się do strefy wyjścia $0 \leq X \leq X^*$

Warunki brzegowe :

dla $x = 0$ (wyjście)

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{x_1} &= 0 \\ p_1 &= \frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_0 \end{aligned}\right\} \quad (15)$$

-"- $0 \leq X \leq X^*$ siła tarcia jest dodatnia w przyjętym układzie

-"- $X^* \leq x \leq X_0$ siła tarcia jest ujemna (wciąga blachę między walce)

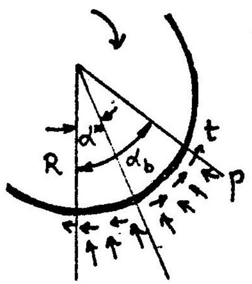
-"- $x = X^*$

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{x_1} &= \sigma_{x_2} \\ p_1 &= p_2 \end{aligned}\right\} \quad (16)$$

-"- $X = X_0 = R \sin \alpha_b$ (wejście)

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{x_2} &= 0 \\ p_2 &= \frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_0 \end{aligned}\right\} \quad (17)$$

Moment potrzebny do napędu walców



$$M = s\int_0^{\alpha_b} tR^2\, d\alpha = sR^2\int_0^{\alpha_b} t\, d\alpha \quad (18)$$

gdy $t = \pm t_0$ (19)

$$M = sR^2\int_0^{\alpha^*}(-t_0)\, d\alpha + sR^2\int_{\alpha^*}^{\alpha_b} t_0\, d\alpha$$

$$M = R^2 s t_0\left(\alpha_b - 2\alpha^*\right) \quad (20)$$

PK Zam. 216/78 - 400 egz.