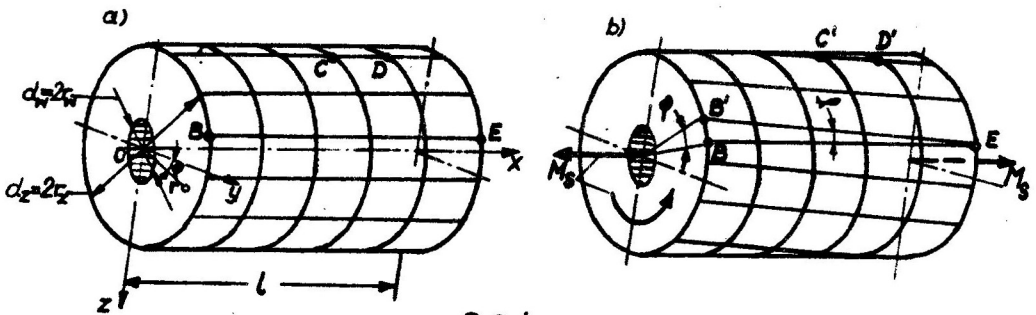
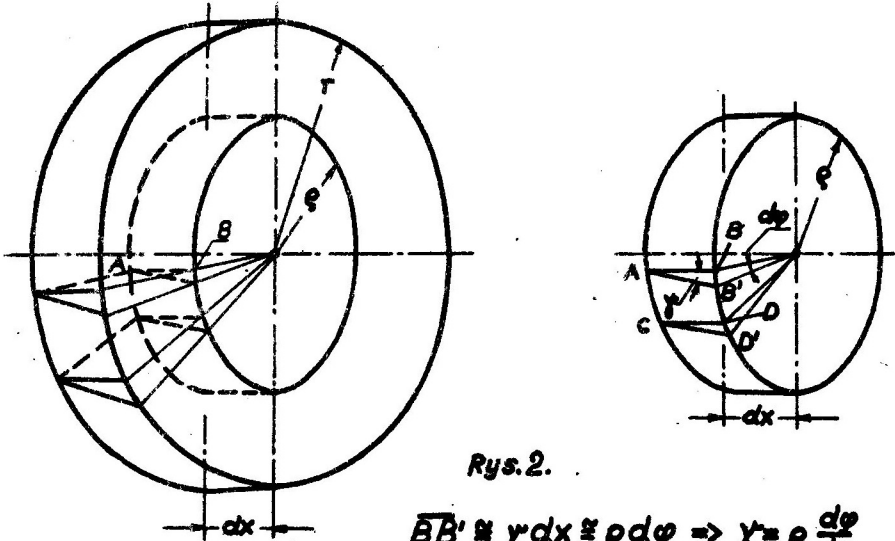


Skręcanie prętów o przekrojach
kołowych



Rys. 1.

Założenia podstawowe:

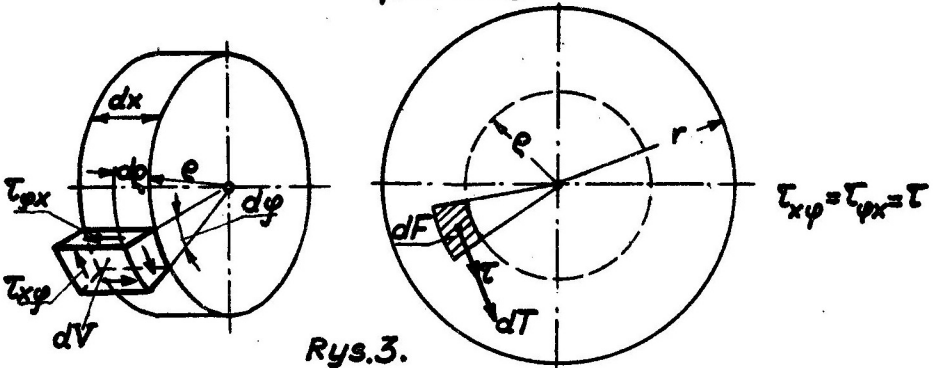


Rys. 2.

$$\overline{BB'} \approx \gamma dx \approx \rho d\varphi \Rightarrow \gamma = \rho \frac{d\varphi}{dx}$$

$$\nu = \frac{d\varphi}{dx} = \text{const} ; \quad \boxed{\gamma = \rho \cdot \nu} \quad (1)$$

Określenie kąta skręcenia w funkcji M_s i wymiarów przekroju.



Rys. 3.

$$\tau = G\gamma = G\rho\nu \quad (2)$$

$$M_s - \int_{(F)} dM_N = 0 ; \quad dM_N = \rho dT = \rho \tau dF = G\rho^2 \nu dF$$

$$M_s = \int_G \vartheta \rho^2 dF = G \vartheta J_0 \Rightarrow \vartheta = \frac{M_s}{G J_0} \left[\frac{\text{rad}}{\text{m}} \right] \quad (3)$$

Calkowity kąt skrećenia

$$\frac{d\varphi}{dx} = \vartheta \Rightarrow \varphi = \int_0^l \vartheta dx = \int_0^l \frac{M_s}{G J_0} dx \quad (4)$$

$$\varphi = \frac{M_s \cdot l}{G \cdot J_0} \text{ [rad]}$$

$$\varphi = \int_0^l \frac{M_s}{G J_0} dx \quad (4)$$

Naprężenia w przekroju poprzecznym (kotowym) pręta skrećanego.

$$z \text{ (2) i (3)} \Rightarrow \tau = G \rho \frac{M_s}{G J_0} = \frac{M_s}{J_0} \rho$$

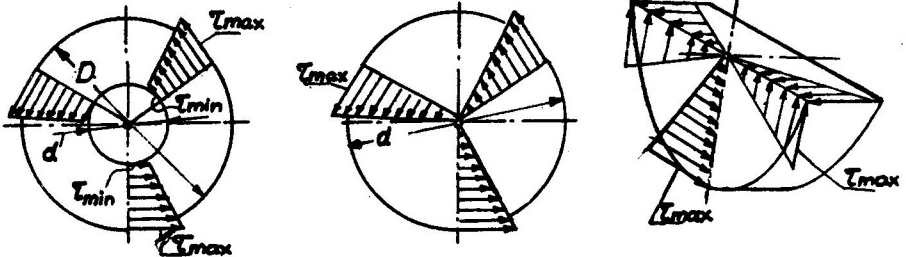
$$\tau = \frac{M_s}{J_0} \rho \quad (5) \quad |\tau|_{\max} = \frac{|M_s|}{J_0} \rho_{\max} \quad (6)$$

$$|\tau|_{\max} = \frac{|M_s|}{W_0} \quad (7) \quad \text{gdzie } W_0 = \frac{J_0}{\rho_{\max}} \quad (8)$$

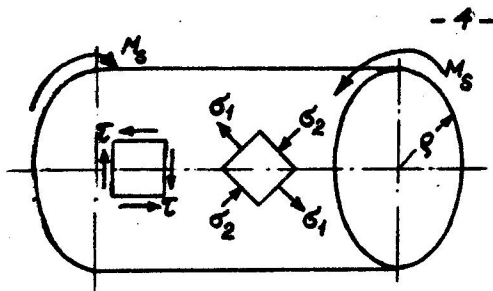
$$W_0 = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{\pi d^3}{16} \quad - \text{przekrój kotowy}$$

$$W_0 = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32} = \frac{\pi D^3}{16} (1 - s^4) \quad - \text{przekrój pierścieniowy}$$

$$\text{gdzie: } s = \frac{d}{D}$$



Rys.4. Rozkład naprężeń w przekrojach poprzecznych skrećanych prętów kotowych.



Rys.5. Naprężenia główne na poboczniczy walca skręcanego.

Energia skręcania

$$\frac{dL}{dV} = \Phi = \frac{T^2}{2G} \Rightarrow dL = \frac{T^2}{2G} dV ; dV = dF \cdot dx = \rho dy d\phi dx \text{ (Rys 3)}$$

$$L = \int_{(V)} \frac{T^2}{2G} dV = \int_{(V)} \frac{M_s^2}{2GJ_0} \rho^2 dV$$

Energia na jednostkę długości pręta : $L' = \frac{1}{2} M_s \cdot \vartheta = \frac{1}{2} \frac{M_s^2}{GJ_0} \left[\frac{d}{m} \right]$

$$L = \int_0^l L' dx = \int_0^l \frac{M_s^2}{2GJ_0^2} dx \iint_{(F)} \rho^2 dF = \int_0^l \frac{M_s^2}{2GJ_0^2} \cdot J_0 dx = \int_0^l \frac{M_s^2}{2GJ_0} dx$$

$$L = \int_0^l \frac{M_s^2}{2GJ_0} dx \quad (9)$$


Obliczenie na wytrzymałość

Nymiarowanie prętów skręcanych: 1) z warunku bezpieczeństwa, 2) z warunku sztywności.


Ad1) $k_s = \frac{K_s}{n} \quad (10)$

$$|\tau|_{\max} \leq k_s \Rightarrow \frac{|M_s|}{W_0} \leq k_s \Rightarrow$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 |M_s|}{\pi k_s}} \quad (11)$$


$$D \geq \sqrt[3]{\frac{16 |M_s|}{\pi k_s (4-s^4)}} \quad (11a)$$


Ad2) $|\vartheta| \leq \vartheta_{\text{dop}} \Rightarrow \frac{|M_s|}{GJ_0} \leq \vartheta_{\text{dop}} \Rightarrow$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 |M_s|}{\pi G \vartheta_{\text{dop}}}} \quad (12)$$


$$D \geq \sqrt[3]{\frac{32 |M_s|}{\pi G \vartheta_{\text{dop}} (4-s^4)}} \quad (12a)$$

